整数の古典的性質と記数法に関する性質の統計的研究

— 数が鏡の向こうに行ったなら…

造形学部 スマートデザイン学科　鈴木 雄太

研究対象：素数は整数の世界の原子

素数 $2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots$ は整数の世界の「原子」のような役割：

$$10192 = 2^4 \times 7^2 \times 13$$

しかし、その分布には、まだ多くの謎が残されている。

古典的な結果：Dirichletの算術級数定理

【定理】（Dirichletの算術級数定理（1837年））自然数 a, q に対し、

a, q が互いに素

ならば

q で割った余りが a の素数は無限に存在する。

【例】$q = 4$ と $a = 3$ に対しては，

$$3, 7, 11, 19, 23, 31, 43, \ldots$$

が 4 で割って 3 余る素数たちで、この列は無限に続く。

未解決問題：$n^2 + 1$ 型の素数の無限性

【予想】　$n^2 + 1$ という形の素数は無限に存在するだろう。

【例】

$1^2 + 1 = 2$	素数！	$6^2 + 1 = 37$	素数！
$2^2 + 1 = 5$	素数！	$7^2 + 1 = 50$	
$3^2 + 1 = 10$		$8^2 + 1 = 65$	
$4^2 + 1 = 17$	素数！	$9^2 + 1 = 82$	
$5^2 + 1 = 26$		$10^2 + 1 = 101$	素数！

「$n^2 + 1$ 型素数問題」の近似 — その世界記録

素数そのものは難しいので、素数の「近似」を考える：

【定義】（概素数）自然数 r に対して、

重複度も込めた素因数の個数が r 個以下の自然数

を **r-概素数** と呼ぶ。（注：1-概素数は素数と1のこと。）

すると、次のような結果が知られている：

【定理】 主張

$n^2 + 1$ という形をした r-概素数は無限に存在する

が以下の r に対して成立する：

1924年
H. Rademacher
$r = 7$

1936年
G. Ricci
$r = 5$

1953年
P. Kuhn
$r = 3$

1978年
H. Iwaniec
$r = 2$

????年
????
$r = 1$

整数を逆から読む

言葉を逆から読むと意味が変わる：

ちいいかせ（地位活かせ！）	⇔ 逆から読む	せかいいち（世界一）

整数も逆から読むと様子が変わる：

691（素数）	⇔ 逆から読む	$196 = 14^2$（平方数）
29101（素数）	⇔ 逆から読む	10192（素因数が多い）

この変化は劇的・複雑である。では、

先の古典的結果や問題で
「逆から読む」とどうなるのだろうか？

なお、「逆から読む」とは次の関数を用いることを指すとする：

【定義】 自然数 $b \geq 2$ に対して、

$$\mathrm{rev}_b(n) \coloneqq (n \text{ の } b \text{ 進表記を逆から読んだ数})$$

と定める。これを n の digital reverse と呼ぶ。

「Dirichletの算術級数定理」を逆から読む

主結果 1：定理（Bhowmik–鈴木（2025年））

自然数 a, q と記数法の底 $b \geq 2$ に対して、

$a, q, b^2 - 1$ の最大公約数が 1

かつ

b が a, q の最大公約数を割らない

が成り立てば

逆から読むと q で割った余りが a になる素数は無限に存在する。

「$n^2 + 1$ 型素数問題」を逆から読む

主結果 2：定理（鈴木（執筆中））

記数法の底 $b \geq 800$ に対し、主張

逆から読むと平方数になる r_b-概素数は無限に存在する

が成立するような計算可能な r_b が存在する。

古典的な問題		逆から読んだ問題
Dirichletの算術級数定理	⇔ 逆から読む	主結果1
$n^2 + 1$ 型素数問題	⇔ 逆から読む	主結果2

ASU AICHI SANGYO UNIVERSITY　問い合わせ先：suzuyu@asu.ac.jp

カラーコード　青ベースカラー：＃235BA8　研究題目・副題目・所属・氏名文字：＃FFFFFF　本文・見出し文字：＃3C3D3C