

整数の古典的性質と記数法に関する性質の統計的研究

— 数が鏡の向こうに行ったなら…

造形学部 スマートデザイン学科 鈴木 雄太

研究対象：素数は整数の世界の原子

素数 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... は整数の世界の「原子」のような役割:

$$10192 = 2^4 \times 7^2 \times 13$$

しかし、その分布には、まだ多くの謎が残されている。

古典的な結果：Dirichletの算術級数定理

【定理】(Dirichletの算術級数定理 (1837年)) 自然数 a, q に対し、

a, q が互いに素

ならば

q で割った余りが a の素数は無限に存在する。

【例】 $q = 4$ と $a = 3$ に対しては、

3, 7, 11, 19, 23, 31, 43, ...

が 4 で割って 3 余る素数たちで、この列は無限に続く。

未解決問題： $n^2 + 1$ 型の素数の無限性

【予想】 $n^2 + 1$ という形の素数は無限に存在するだろう。

【例】	$1^2 + 1 = 2$	素数!	$6^2 + 1 = 37$	素数!
	$2^2 + 1 = 5$	素数!	$7^2 + 1 = 50$	
	$3^2 + 1 = 10$		$8^2 + 1 = 65$	
	$4^2 + 1 = 17$	素数!	$9^2 + 1 = 82$	
	$5^2 + 1 = 26$		$10^2 + 1 = 101$	素数!

「 $n^2 + 1$ 型素数問題」の近似 — その世界記録

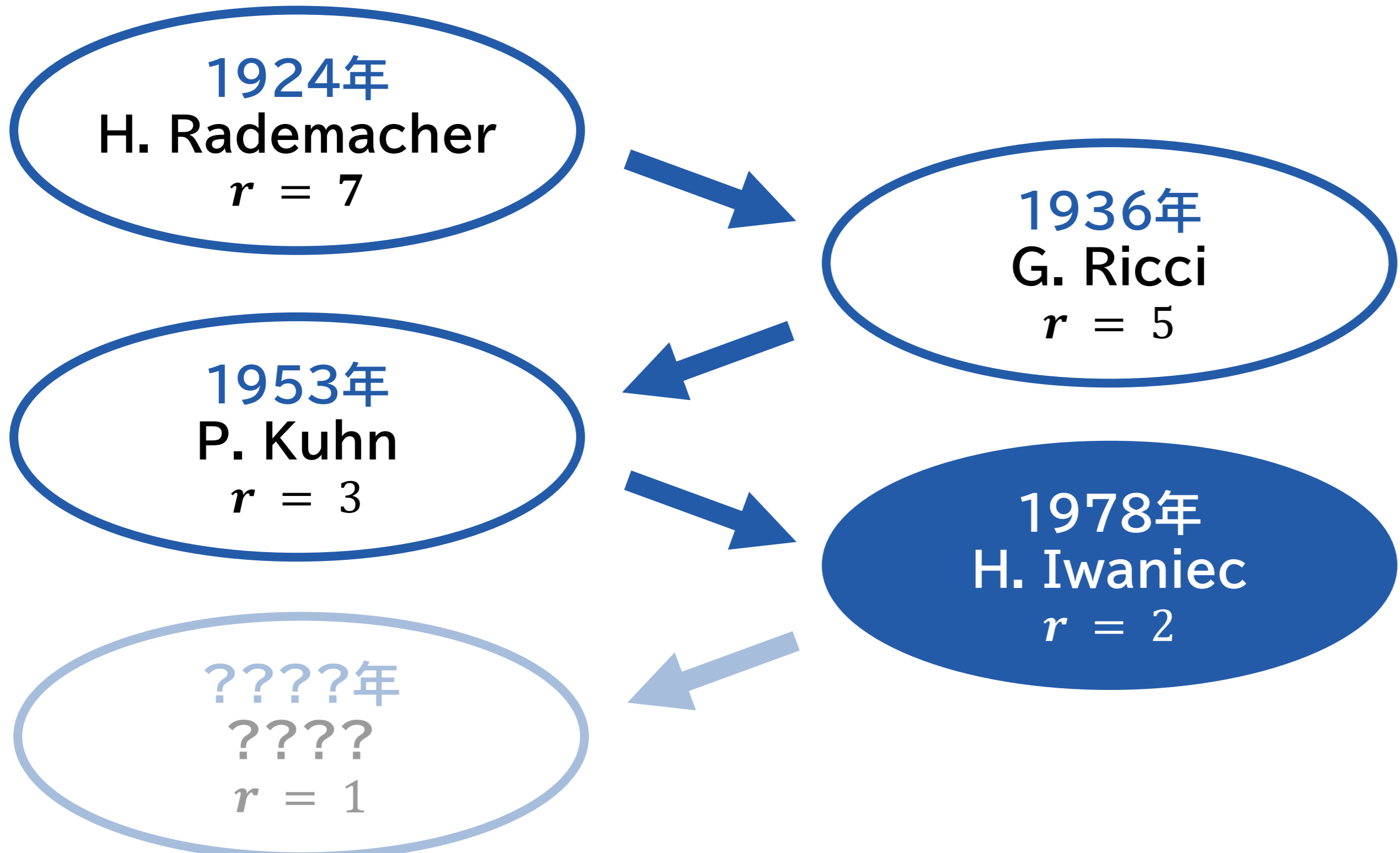
素数そのものは難しいので、素数の「近似」を考える:

【定義】(概素数) 自然数 r に対して、
重複度も入れた素因数の個数が r 個以下の自然数を r -概素数 と呼ぶ。(注: 1-概素数は素数と1のこと。)

すると、次のような結果が知られている:

【定理】主張

$n^2 + 1$ という形をした r -概素数は無限に存在するが以下の r に対して成立する:

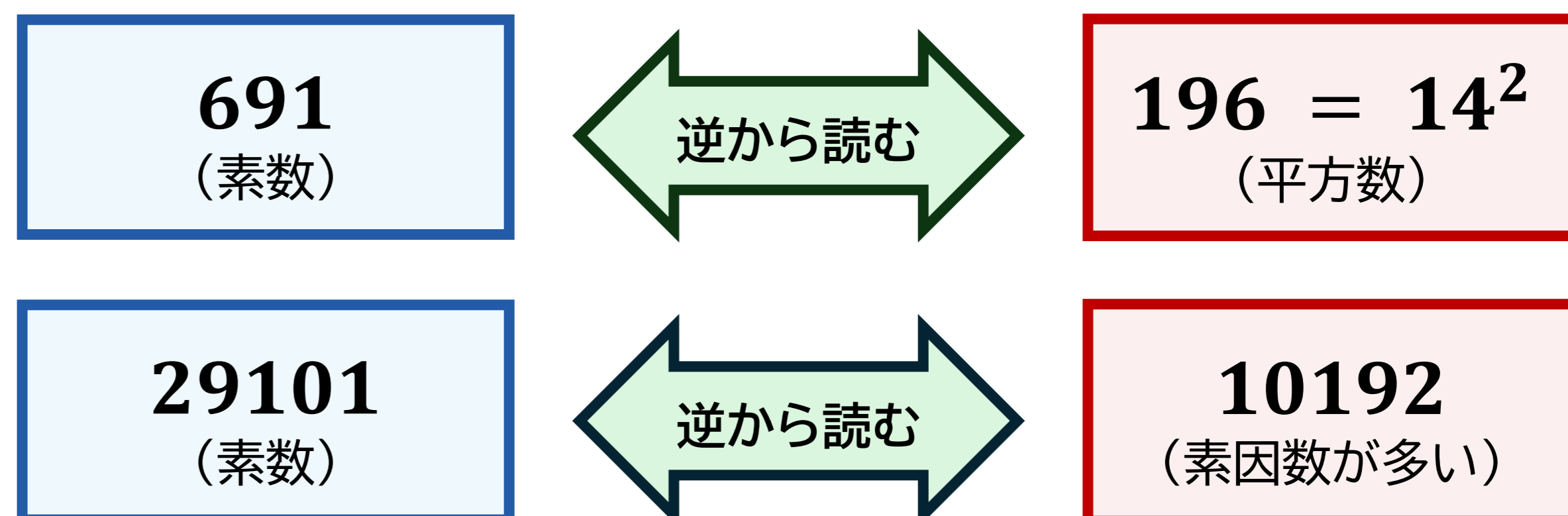


整数を逆から読む

言葉を逆から読むと意味が変わる:



整数も逆から読むと様子が変わる:



この変化は劇的・複雑である。では、

先の古典的結果や問題で
「逆から読む」とどうなるのだろうか?

なお、「逆から読む」とは次の関数を用いることを指すとする:

【定義】自然数 $b \geq 2$ に対して、
 $rev_b(n) := (n \text{ の } b \text{ 進表記を逆から読んだ数})$
と定める。これを n の digital reverse と呼ぶ。

「Dirichletの算術級数定理」を逆から読む

主結果 1: 定理 (Bhowmik-鈴木 (2025年))

自然数 a, q と記数法の底 $b \geq 2$ に対して、
 $a, q, b^2 - 1$ の最大公約数が 1
かつ
 b が a, q の最大公約数を割らない
が成り立てば
逆から読むと q で割った余りが a になる素数は無限に存在する。

「 $n^2 + 1$ 型素数問題」を逆から読む

主結果 2: 定理 (鈴木 (執筆中))

記数法の底 $b \geq 800$ に対し、主張
逆から読むと平方数になる r_b -概素数は無限に存在する
が成立するような計算可能な r_b が存在する。

